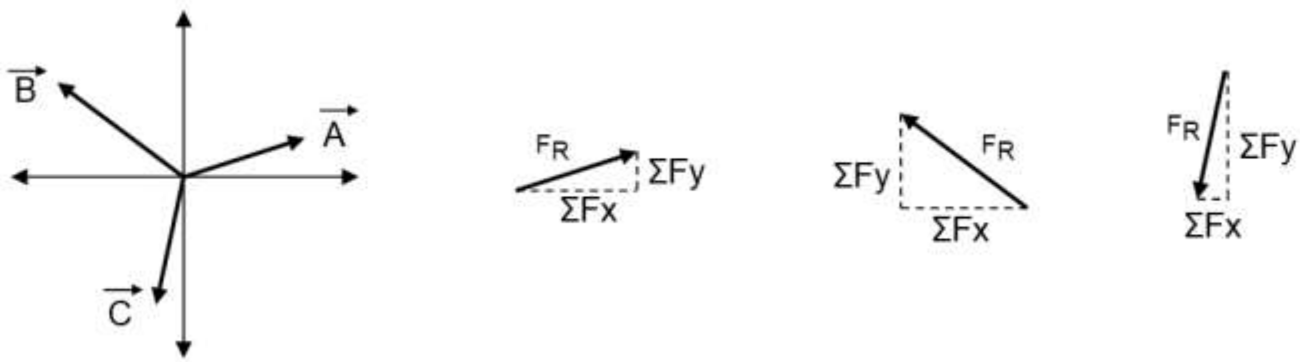
**METODO ANALÍTICO**

Para determinar el valor de las componentes de manera analítica observemos que se forma un triángulo rectángulo al proyectar una línea hacia el eje de las x y otro al proyectar una línea hacia el eje de las “y”.

Las componentes perpendiculares del vector $F_R$ serán: para **Fx** el cateto adyacente y para **Fy** el cateto opuesto al ángulo.

Si en un plano tenemos tres vectores, $\vec{A}, \vec{B}\ y\ \vec{C}$ cada uno de ellos tendrá sus componentes rectangulares.




Para sacar las componentes tenemos

$$\sum F_X = Fx_1 + Fx_2 + Fx_3 \qquad \sum F_Y = Fy_1 + Fy_2 + Fy_3$$

Para determinar la fuerza resultante tenemos

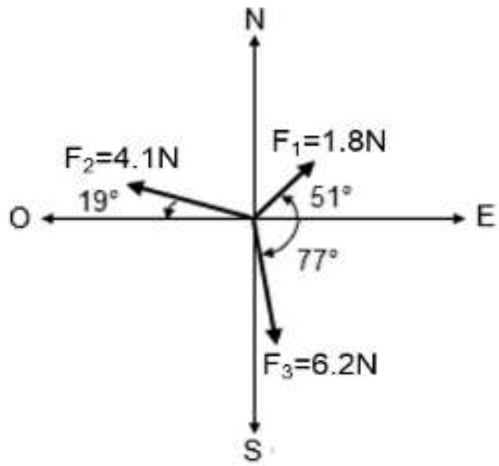
$$F_R = \sqrt{\left(\sum F_X\right) + \left(\sum F_Y\right)}$$

Para determinar el ángulo tenemos

$$\tan\alpha = \frac{\sum F_Y}{\sum F_X}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{\sum F_Y}{\sum F_X}$$

**Ejemplo 1.** En un carrito de juguete se amarran tres cuerdas, tres niños colocan sus juguetes y empiezan a jalar el carrito hacia el frente. Aplicando las siguientes fuerzas coplanares.

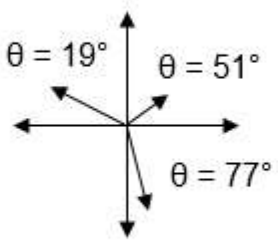


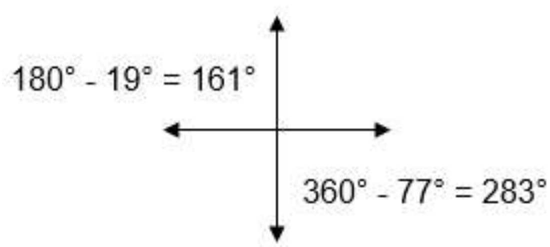

Construimos una tabla de fuerzas, para sacar sus componentes en “X” y “Y”

| F | θ | Fcosθ | Fsenθ |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | **$\Sigma F_X$=** | **$\Sigma F_Y$=** |

En la columna 1, copiamos el valor de cada fuerza sin modificarlo.

En la columna 2, colocamos el valor del ángulo según el cuadrante donde se encuentre.




| F | θ | Fcosθ | Fsenθ |
|---|---|---|---|
| 1.8N | 51° | | |
| 4.1N | 161° | | |
| 6.2N | 283° | | |
| | | **$\Sigma F_X$=** | **$\Sigma F_Y$=** |

En la columna 3, realizamos el producto de la fuerza por el coseno del ángulo.

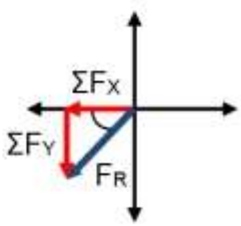
En la columna 4, realizamos el producto de la fuerza por el seno del ángulo.

| **F** | **θ** | **Fcosθ** | **Fsenθ** |
|---|---|---|---|
| 1.8N | 51° | 1.132N | 1.398N |
| 4.1N | 161° | -3.876N | 1.334N |
| 6.2N | 283° | 1.394N | -6.041N |
| | | **$\Sigma F_X$=** | **$\Sigma F_Y$=** |

En la columna 5, realizamos la suma de las fuerzas tanto en “X” como en “Y”

| **F** | **θ** | **Fcosθ** | **Fsenθ** |
|---|---|---|---|
| 1.8N | 51° | 1.132N | 1.398N |
| 4.1N | 161° | -3.876N | 1.334N |
| 6.2N | 283° | 1.394N | -6.041N |
| | | **$\Sigma F_X$= -1.350N** | **$\Sigma F_Y$= -3.309N** |

Localicemos en el plano las fuerzas resultantes




Como podemos observar se forma un triángulo, por lo tanto, calculemos la fuerza resultante, mediante la siguiente expresión.

$$F_R=\sqrt{\left(\sum F_X\right)^2+\left(\sum F_Y\right)^2}=$$

Sustituimos

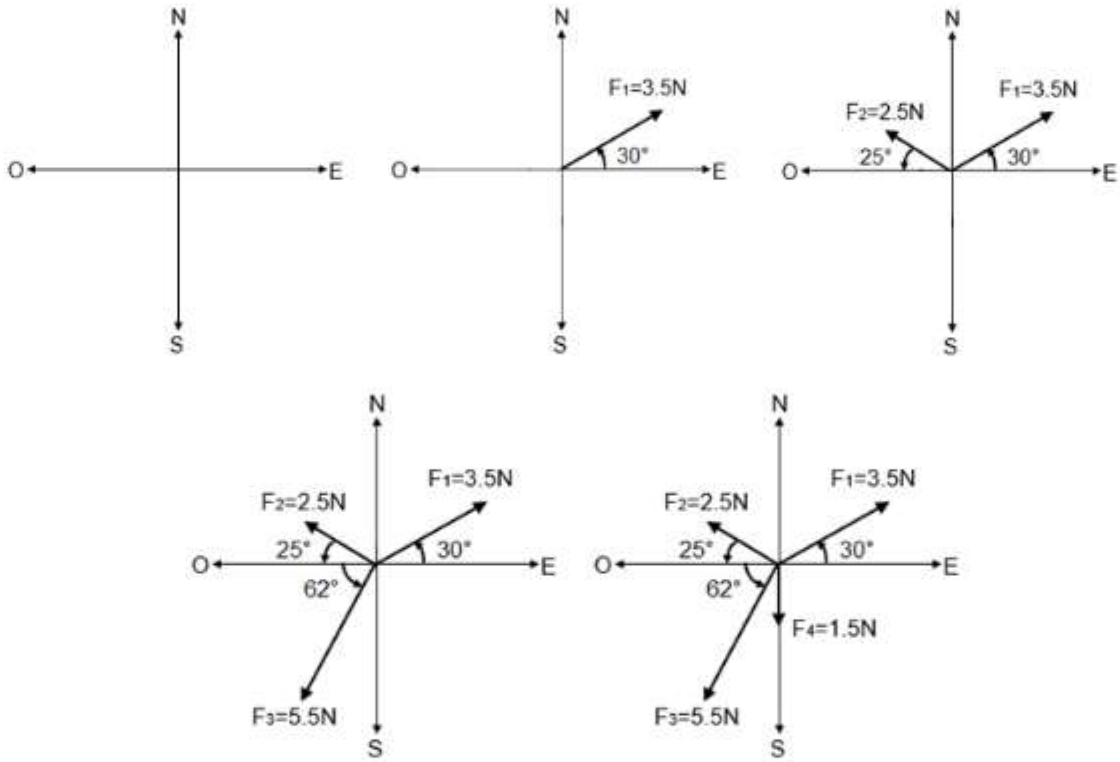
$$F_R=\sqrt{(-1.305N)^2+(-3.309N)^2}=$$
$$F_R=\sqrt{1.703N^2+10.949N^2}=$$
$$F_R=\sqrt{12.652N^2}=$$
$$F_R=\sqrt{12.652}=3.556 \qquad F_R=\sqrt{N^2}=N \qquad F_R=3.556N$$

Calculemos el ángulo de la fuerza resultante.

$$\tan\alpha=\frac{-1.350N}{-3.309N}= \qquad \alpha=\tan^{-1}=0.407 \qquad \alpha=22.19°$$

**Ejemplo 2.** Mediante el método analítico, determina la fuerza resultante y el ángulo que forma con respecto al eje de las “x”. Si cuatro fuerzas coplanares se aplican a un objeto.
$F_1$=3.5N, 30° NE
$F_2$=2.5N, 25° NO
$F_3$=5.5N, 62° SO
$F_4$=1.5N, S

Ubicamos los vectores en el plano cartesiano




Sustituimos los valores en la tabla de fuerzas.

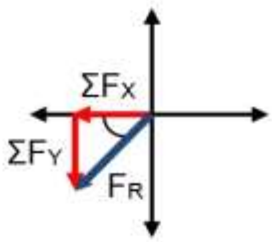
En cada cuadrante hay una regla diferente

a) En el cuadrante I, el ángulo se queda igual.
b) En el cuadrante II, a 180° le restamos el ángulo
c) En el cuadrante III, a 180° le sumamos el ángulo
d) En el cuarto cuadrante, a 360° le restamos el ángulo

| **F** | $\propto$ | **Fcos** | **Fsen** |
|---|---|---|---|
| 3.5N | 30° | | |
| 2.5N | 155° | | |
| 5.5N | 242° | | |
| 1.5N | 270° | | |
| | | **$\Sigma F_X$=** | **$\Sigma F_Y$=** |

Calculemos los valores de la columna 3 y 4

| F | ∝ | Fcos | Fsen |
|---|---|---|---|
| 3.5N | 30° | 3.03N | 1.750N |
| 2.5N | 155° | -2.26N | 1.050N |
| 5.5N | 242° | -2.58N | -4.856N |
| 1.5N | 270° | 0 | -1.500N |
| | | **$\Sigma F_X$= -1.810N** | **$\Sigma F_Y$= -3.556N** |




Calculemos el valor de la fuerza y el ángulo correspondiente.

$$F_R=\sqrt{\left(\sum F_X\right)^2+\left(\sum F_Y\right)^2}=$$

$$F_R=\sqrt{(-1.810N)^2+(-3.556N)^2}=$$

$$F_R=\sqrt{3.276N^2+12.645N^2}=$$

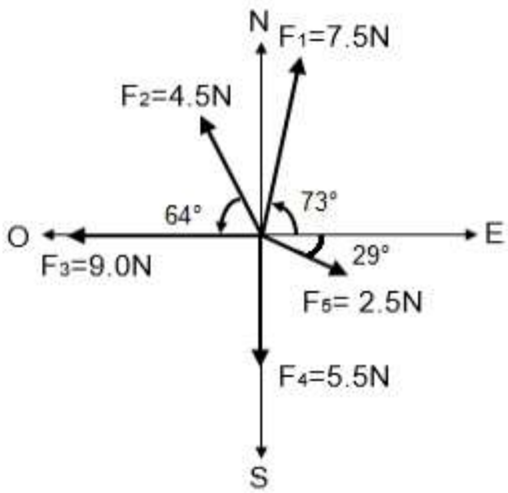
$$F_R=\sqrt{15.921N^2}=$$

$F_R=\sqrt{15.921}=3.990$ $\qquad F_R=\sqrt{N^2}=N$ $\qquad F_R=3.990N$

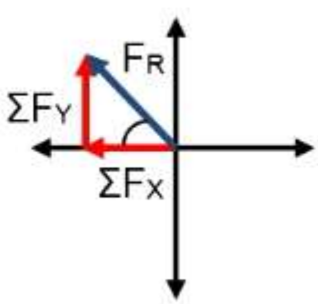
$\tan\alpha=\dfrac{-1.810N}{-3.556N}=$ $\qquad \alpha=\tan^{-1}=0.508$ $\qquad \alpha=26.97°$

**Ejemplo 3.** Observa la figura y mediante el método analítico, encuentra la fuerza resultante de las siguientes fuerzas concurrentes, así como el ángulo que forma con respecto al eje de las “x”.

$F_1$=7.5N, 73° NE
$F_2$=4.5N, 64°NO
$F_3$=9.0N, O
$F_4$=5.5N, S
$F_5$=2.5N, 29°SE




| F | ∝ | Fcos | Fsen |
|---|---|---|---|
| 7.5N | 73° | 2.192 | 7.172 |
| 4.5N | 116° | -1.972 | 4.044 |
| 9.0N | 180° | -9.000 | 0 |
| 5.5N | 270° | 0 | -5.5 |
| 2.5N | 331° | 2.186 | -1.212 |
| | | **$\Sigma F_X$= -6.594** | **$\Sigma F_Y$= 4.504** |




$F_R=\sqrt{\left(\sum F_X\right)^2+\left(\sum F_Y\right)^2}=$

$F_R=\sqrt{(-6.594N)^2+(-4.504N)^2}=$

$F_R=\sqrt{43.480N^2+20.286N^2}=$

$F_R=\sqrt{63.766N^2}=$

$F_R=\sqrt{63.766}=$ $\quad F_R=\sqrt{N^2}=N \quad F_R=7.985N$

$\tan\alpha=\frac{-4.504N}{-6.594N}=$ $\quad \alpha=\tan^{-1}=0.683 \quad \alpha=34.33°$