DIVISIÓN

(+) ÷ (+) = +   (-) ÷ (-) = +   (-) ÷ (+) = -   (+) ÷ (-) = -

Si las letras son iguales, los números se dividen y los exponentes se restan

$$\frac{6x}{3x}=2 \qquad \frac{24a^5}{8a^3}=3a^2$$

$$\frac{a^5}{3a}=\frac{a^4}{3} \qquad \frac{9x^5y^4z^7}{3x^2y^3z^4}=3x^3yz^3$$

Si las letras son diferentes, se dividen los números y las letras se recorren igual.

$$\frac{24x}{6y}=\frac{4x}{y} \qquad \frac{36a^3}{6b^3}=\frac{6a^3}{b^3}$$

$$\frac{6ab}{6c}=\frac{ab}{c}$$

a) DIVISIÓN DE UN POLINOMIO ENTRE UN MONOMIO.

Ejemplo 1.

$$\frac{16x^4y^4-32x^3y^3+64x^2y^2-48xy}{4xy}=$$

Para dividir descomponemos el polinomio en partes.

$$\frac{+16x^4y^4}{+4xy}= \qquad \frac{-32x^3y^3}{+4xy}= \qquad \frac{+64x^2y^2}{+4xy}= \qquad \frac{-48xy}{+4xy}=$$

Aplicamos las leyes de los signos.
Dividimos los enteros
Restamos los exponentes.

$$4x^3y^3-8x^2y^2+16xy-12$$

Ejemplo 2.

$$\frac{-16ax^5y^5+32bx^3y^3-64cx^2y^2}{-4xyz}=$$

Separamos los términos en fracciones.

$$\frac{-16ax^5y^5}{-4xyz}= \qquad \frac{+32bx^3y^3}{-4xyz}= \qquad \frac{-64cx^2y^2}{-4xy}=$$

Aplicamos las leyes de los signos, dividimos los enteros y restamos los exponentes de las letras que son iguales.

$$\frac{4ax^4y^4}{z}-\frac{8bx^2y^2}{z}+16cxy$$

Nota: Como podemos observar la primera fracción contiene las letras a y z no se pueden eliminar, y en la segunda fracción b con z no se pueden eliminar.

Ejemplo 3.

$$\frac{35x^5y^5 - 55x^3y^3 + 65x^2y^2}{-5x^7y^7} =$$

En la siguiente división los exponentes del monomio son mayores que los del polinomio por lo tanto, tenemos lo siguiente.

$$\frac{35x^5y^5}{-5x^7y^7} = \qquad \frac{-55x^3y^3}{-5x^7y^7} = \qquad \frac{+65x^2y^2}{-5x^7y^7} =$$

$$-\frac{7}{x^2y^2} - \frac{11}{x^4y^4} - \frac{13}{x^5y^5}$$

b) DIVISIÓN DE UN POLINOMIO ENTRE UN POLINOMIO.

Ejemplo 4. Efectúa la siguiente división de polinomios.

$$2a - 3b \overline{\big)\, 8a^3 - 8a^2b - 16ab^2 + 15b^3}$$

$$\begin{array}{r|l} & \text{cociente} \\ \hline \text{divisor} & \text{dividendo} \\ & \text{residuo} \end{array}$$

Tomamos el primer término del polinomio (dividendo) y el primer término del binomio (divisor) y los dividimos, el resultado lo colocamos en el cociente.

$$\frac{8a^3}{2a} = 4a^2$$

$$\begin{array}{cc|cccc} & & 4a^2 & & & \\ \hline 2a & -3b & 8a^3 & -8a^2b & -16ab^2 & +15b^3 \end{array}$$

El $4a^2$ multiplica al binomio y lo restamos como una división tradicional.

$$\begin{array}{cc|cccc} & & 4a^2 & & & \\ \hline 2a & -3b & 8a^3 & -8a^2b & -16ab^2 & +15b^3 \\ & - & 8a^3 & -12a^2b & & \\ \cline{3-4} & & 0 & +4a^2b & & \end{array}$$

$8a^3-8a^3=0$
$-8a^2b-(-12a^2b)=4a^2b$

Ahora dividimos el residuo entre el primer término del divisor.

$$\frac{4a^2b}{2a} = 2ab$$

Colocamos el resultado en el cociente y volvemos a multiplicar y restar

$$\begin{array}{cc|cccc} & & 4a^2 & +2ab & & \\ \hline 2a & -3b & 8a^3 & +16a^2b & -16ab^2 & +15b^3 \end{array}$$

$4a^2b-4a^2b=0$

$-16a^2b-(-6ab^2)=-10ab^2$

	-	$8a^3$	$-12a^2b$	
		0	$+4a^2b$	
		-	$4a^2b$	$-6ab^2$
			0	$-10ab^2$

Por último tomamos el residuo entre 2a.

$$\frac{-10ab^2}{2a}=-5b^2$$

$-10ab^2-(-10ab^2)=0$

$15b^3-(15b^3)=0$

		$4a^2$	$+2ab$	$-5b^2$	
$2a$	$-3b$	$8a^3$	$+16a^2b$	$-16ab^2$	$+15b^3$
	-	$8a^3$	$-12a^2b$		
		0	$+4a^2b$		
		-	$4a^2b$	$-2ab^2$	
			0	$-10ab^2$	
			-	$-10ab^2$	$+15b^3$
				0	0

Ejemplo 5. Efectúa la siguiente división de polinomios.

$$4a^2-5a+2\overline{\big)12a^4-23a^3+44a^2-39a+14}$$

Buscamos el primer término del cociente $\frac{12a^4}{4a^2}=3a^2$ y lo multiplicamos por el divisor

			$3a^2$				
$4a^2$	$-5a$	$+2$	$12a^4$	$-23a^3$	$+44a^2$	$-39a$	$+14$
		-	$12a^4$	$-15a^3$	$+6a^2$		
			0	$8a^3$	$+38a^2$		

Dividimos el primer término del residuo entre 4a², repetimos el proceso $\frac{-8a^3}{4a^2}=-2a$

			$3a^2$	$-2a$			
$4a^2$	$-5a$	$+2$	$12a^4$	$-23a^3$	$+44a^2$	$-39a$	$+14$
		-	$12a^4$	$-15a^3$	$+6a^2$		
			0	$-8a^3$	$+38a^2$		
			-	$8a^3$	$+10a^2$	$-4a$	
				0	$28a^2$	$-35a$	

Por ultimo dividimos el $\frac{28a^2}{4a^2}=7$, el resultado lo colocamos en el cociente.

$3a^2$	$-2a$	$+7$

$4a^2$	$-5a$	$+2$	$12a^4$	$-23a^3$	$+44a^2$	$-39a$	$+14$
		-	$12a^4$	$-15a^3$	$+6a^2$		
			0	$-8a^3$	$+38a^2$		
			-	$8a^3$	$+10a^2$	$-4a$	
				0	$28a^2$	$-35a$	
				-	$28a^2$	$-35a$	$+14$
					0	0	0